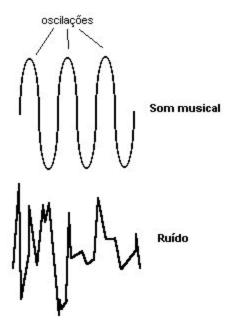
Escalas musicais - quando a matemática rege a música

por Miguel Ratton

Embora este seja um tema extremamente vasto, apresentamos aqui uma abordagem resumida a respeito de alguns conceitos básicos sobre a afinação dos instrumentos musicais: origem, evolução e tendências.

Dentro do imenso mundo da tecnologia musical, este é um dos temas mais interessantes, não só porque envolve fatos históricos e científicos, mas pela eterna polêmica que sempre o acompanha. Infelizmente, além de não existir muita literatura sobre o assunto, principalmente na língua portuguesa, pouca ênfase é dada à matéria na maioria dos cursos de música no Brasil, o que faz com que muitos músicos desconheçam certos fatos ligados ao assunto.



Formação das escalas musicais

Do ponto-de-vista acústico, os sons utilizados para produção de música (excetuando os sons de alguns instrumentos de percussão) possuem determinadas características físicas, tais como oscilações bem definidas (freqüências) e presença de *harmônicos*. Entende-se, no caso, por oscilações bem definidas o fato de que um som musical, na grande maioria das vezes, ocorre de forma sustentada (pouco ou muito), de maneira que sua característica de oscilação se mantém por alguns ou muitos ciclos (veja figura 1), diferentemente dos ruídos e outros sons não musicais.

No que diz respeito à presença de harmônicos, cabe lembrar que a maioria dos sons musicais não ocorre apenas em seu modo mais simples de vibração (*modo fundamental*), pois são compostos sempre deste modo (fundamental) e de mais outros, chamados de *modos harmônicos*, que nada mais são do que o corpo vibrante oscilando também com freqüências múltiplas inteiras (x2, x3, x4, etc) da freqüência do modo fundamental. A figura 2 mostra alguns dos modos de vibração de uma corda (deve-se atentar para o fato de que na realidade a vibração da corda ocorre conforme a soma - superposição - de todos os modos presentes).

Os harmônicos presentes em um som são componentes extremamente importantes no processo musical, tanto na formação das escalas musicais, como na harmonia musical. Por causa dessas características naturais, sons com alturas (freqüências) diferentes, quando postos a ocorrer ao mesmo tempo, podem criar sensações auditivas esteticamente diferentes.

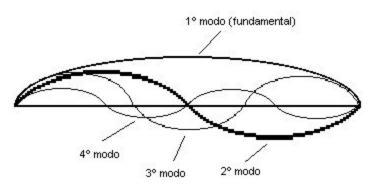


Figura 2 - Modos de vibração de uma corda

Em uma primeira análise, podemos entender que dois sons que mantêm uma relação inteira entre os valores de suas freqüências fundamentais certamente resultarão em uma sensação auditiva natural ou agradável, pelo fato de seus harmônicos estarem em "simpatia" ou "consonância". No caso específico em que a freqüência fundamental de um som (f1) é o dobro da freqüência fundamental de outro (f2), diz-se que o primeiro está uma *oitava* acima do segundo (f1=2 . f2).

A tabela 1 mostra três sons complexos (pois contêm harmônicos pares e ímpares), designados por S1, S2, S3, e os valores respectivos das freqüências componentes (fundamental e demais harmônicos). Podemos observar que todos os harmônicos pares de S2 têm freqüências idênticas às de alguns harmônicos ímpares de S1, e também que o fundamental e todos os harmônicos de S3 são fregüências dos harmônicos pares de S1.

Harmôn 10. 20. 30. 40. 50 60. 70. 80. 90.	nico	Som S1	Som S2	Som S3
: 200 300 400 500 600 700 800 900	100			
: 300 450 600 750 900 1050 1200	150			

```
1350

: 200

400

600

800

1000

1200

1400

1600

1800
```

Tabela 1 - Comparação de sons consonantes

Dessa forma, podemos dizer que S3 está em perfeita consonância em relação a S1, enquanto que S2, embora não em perfeita consonância, possui uma certa "simpatia" àquele primeiro. Observe que S3 está uma *oitava* acima de S1, uma vez que sua freqüência fundamental é o dobro da freqüência fundamental de S1.

Na verdade, a tabela apresentada tem apenas a finalidade de comprovar a análise psicoperceptiva feita pelo ouvido humano, quando recebe sensações auditivas oriundas de duas fontes (sons) diferentes. Alguns desses sons, quando em conjunto, podem produzir sensações agradáveis, como no caso dos sons S3 e S2 em relação a S1. Entretanto, sons cujas características não atendam a qualquer relação natural, podem dar a sensação de dissonância ou desafino, pouco agradáveis. A partir do princípio mostrado no exemplo é calcada então toda a teoria original a respeito da formação das escalas musicais.

Pelo que já foi exposto, e a partir da comparação apresentada na tabela 1, podemos concluir que se quisermos gerar dois sons musicais diferentes, que sejam perfeitamente consonantes, estes deverão manter uma relação de oitava, onde todos os harmônicos do som mais alto estarão em perfeita consonância com o som mais baixo. No entanto, sons gerados simultaneamente em alguns outros intervalos diferentes da oitava podem produzir sensação agradável aos nossos ouvidos, por conterem também uma boa parte de harmônicos coincidentes, como no caso de S2 em relação a S1, na tabela 1, que na realidade é o intervalo chamado de *quinta*, e que mantém uma relação de 3:2.

É claro que se fossem utilizados somente os intervalos de *oitava* e de *quinta* para criar sons em música, o resultado seria bastante pobre pela escassez de notas. Assim, várias civilizações procuraram desenvolver, científica e experimentalmente, gamas de freqüências dentro do intervalo de oitava, com as quais pudessem construir suas músicas. A essas gamas dá-se o nome de *escalas musicais*, e há uma variedade delas, baseadas em critérios diferentes para a definição das notas.

```
Intervalo Relação terça menor terça quarta quinta sexta menor sexta oitava 6:5 (1,200) 5:4 (1,250) 4:3 (1,333) 3:2 (1,500) 8:5 (1,600) 5:3 (1,667) 2:1 (2,000)
```

Tabela 2 - Intervalos consonantes

Além da oitava e da quinta, outros intervalos de sons também são considerados esteticamente consonantes pela maioria dos autores, e estão apresentados na tabela 2. Cabe ressaltar que os intervalos em questão foram representados por suas relações matemáticas no que diz respeito à relação harmônica. Tomemos como exemplo o caso do intervalo de quinta: sua freqüência é igual à freqüência do terceiro harmônico da nota de referência (três vezes a freqüência da fundamental), e é dividida por dois, de forma a abaixar uma oitava, para cair dentro da mesma oitava da nota de referência, daí a relação 3:2.

O tipo de escala musical mais utilizado hoje em praticamente todo o mundo foi desenvolvido pela civilização ocidental e baseia-se numa gama de doze sons (dodecafônica). Outras civilizações, como a chinesa, utilizam gamas diferentes. Até chegar-se aos doze sons da escala ocidental, muitas idéias foram experimentadas e discutidas.

• Escala Pitagórica

A maioria dos autores atribui a origem da escala dodecafônica ocidental às análises e propostas feitas pelo sábio grego **Pitágoras** (Séc. VI a.C.), que definiu que tomandose sucessivamente intervalos de quintas, multiplicando-se uma freqüência inicial (C1) sucessivamente, e dividindo-se os valores obtidos por 2, 4, 8, 16, etc, seriam então obtidas quatro notas consonantes entre si, dentro de uma oitava: C1, D1, G1 e A1. Tomando-se a nota da oitava C2, e descendo-se uma quinta, ter-se-á a nota F1 (que é o intervalo de *quarta* em relação a C1). Essas seriam as cinco notas fundamentais. **Pitágoras** também observou que a relação entre C1 e D1 (9:8) é exatamente a mesma existente entre F1 e G1 e entre G1 e A1. E assim, tomando como base essa relação, estabeleceu mais outras duas notas: E1 e B1.

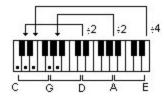


Figura 3 - Formação da escala pitagórica, a partir de quintas sucessivas

Na ilustração da figura 3, o desenho de um teclado foi usado somente para efeito didático, pois os teclados atuais, afinados conforme a escala temperada (apresentada mais adiante), não possuem os sons matematicamente exatos da escala pitagórica.

A tabela 3 apresenta uma série de freqüências obtidas pelo processo pitagórico, sendo que o valor atribuído à freqüência inicial (C1=100) é apenas para efeito didático para facilitar a compreensão dos valores, pois na verdade a nota C1, pela afinação padrão atual, possui freqüência 32,703 Hz.

Nota	Freqüência	Relação com C1 Relação com a anterior	
C1			
D1			
E1			
F1			
G1			
A1			
B1			
C2	100,0000		
112,5000			
126,5625			
133,333	3		

```
150,0000
168,7500
189,8438
200,0000
                1:1
81:64
4:3
3:2
27:16
243:128
2:1
9:8
9:8
256:243
9:8
9:8
9:8
256:243
```

Tabela 3 - Escala musical pitagórica

Podemos observar então que, por meio desse processo, foram obtidos dois intervalos diferentes. Ao intervalo 9:8 dá-se o nome de *tom inteiro pitagórico*, e ao intervalo 256:243 dá-se o nome de *semitom diatônico pitagórico*. De forma a "completar" a escala, podemos tomar o menor intervalo (256:243) para obter outras cinco notas da escala, perfazendo um total de doze sons. Essas notas são C#1, D#1, F#1, G#1 e A#1, e estão localizadas imediatamente após as notas de mesmo nome.

Entretanto, se tentarmos atingir a nota C2 subindo seis intervalos sucessivos de tons inteiros (9:8), a freqüência obtida (202,7286 Hz) não corresponde ao valor exato de C2 (200,0000 Hz). Essa freqüência representa a nota B1 # da escala pitagórica, que não é igual à C2 , e a diferença entre elas, que equivale à relação 531.441:524.288, é chamada de *coma pitagórica* ou simplesmente *coma*. Observando também os intervalos de *terça* e de *terça menor* na escala pitagórica, temos que a terça C1 - E1 contém dois intervalos de *tom inteiro* (9:8), o que leva à relação 81:64, enquanto que a terça natural é 5:4, o que dá uma diferença de (81:64) / (5:4) = 81:80, o que quer dizer que a relação do intervalo de terça pitagórica é maior do que o da terça natural. No caso da terça menor, como por exemplo D1 - F1, temos a diferença de (6:5) / (32:27) = 81:80 abaixo da terça menor natural. Ao intervalo 81:80 é dado o nome de *coma sintônica*.

Dessa forma, podemos concluir que a escala pitagórica, baseada nos intervalos de quintas e quartas, não "fecha" seus valores em algumas notas, como pode-se ver claramente no caso da oitava, onde o valor da freqüência do som está 1,36 % acima do valor desejado, e também não atende com perfeição - sob o ponto de vista acústico - em alguns intervalos, como no caso das terças. Tais limitações foram percebidas pelos músicos e estudiosos da antiguidade, e algumas alternativas foram propostas.

Escala de Tom Médio (Meantone)

Como pudemos perceber, na escala pitagórica os intervalos de terça e de terça menor tendem a soar um pouco desagradáveis, devido às diferenças entre aqueles intervalos pitagóricos e os mesmos intervalos naturais (acústicos) perfeitos, conforme mostra tabela 4.

```
terça menor
terça 6:5 (120,000 Hz)
5:4 (125,000 Hz) 2304:1944 (118,518 Hz)
81:64 (126,563 Hz)
```

Tabela 4 - Intervalos de terças naturais e pitagóricas

Uma das soluções propostas foi abaixar 1/4 de *coma sintônica* em cada nota encontrada pela sucessão de quintas. Dessa forma, a nota G1 (primeira quinta) foi abaixada 1/4 de coma, D1 foi abaixada 1/2 coma, A1 foi abaixada 3/4 de coma e E1 foi abaixada 1 coma, e B1 foi abaixada 5/4 de coma. A nota F1, por sua vez, foi elevada 1/4 de coma, ficando a escala da seguinte forma:

C1	
(0)	D1
(-1/2)	E1
(-1)	F1
(+1/4)	G1
(-1/4)	Α1
(-3/4)	В1
(-5/4)	C2
(0)	

Os valores entre parênteses indicam a fração de coma sintônica utilizada para ajuste.

Esse procedimento, ao corrigir as terças, também altera as quintas (G1 foi abaixado 1/4 de coma), mas essa alteração é menos perceptível do que o efeito das terças na situação original da escala pitagórica. Entretanto, os intervalos produzidos por essa escala são bons desde que a música permaneça dentro de certos limites. A transposição utilizando essa escala era muito complicada, pois gerava notas enarmônicas não existentes na maioria dos teclados dos órgãos da época, sendo, portanto, evitada.

• Escala Justa

Considerando que os intervalos de quinta e de terça são os mais comuns nos acordes, foi proposta no passado a escala justa ("Just Intonation"), na qual aqueles dois intervalos eram sempre perfeitos acusticamente. Esta proposta não vingou, entretanto, pelo fato de ser baseada em uma única tonalidade, o que acarreta a impossibilidade de se efetuar transposição de tom em um instrumento afinado dessa forma, quando os intervalos então não serão mais perfeitos.

```
Nota
        Relação com C1
C1
D1
E1
F1
G1
Α1
B1
C2
        1:1
9:8
5:4
4:3
3:2
5:3
```

• Escala Temperada

Com o desenvolvimento da música, utilizando-se modulação e transposição, tornou-se necessária a adequação da escala musical. Embora várias idéias tenham sido apresentadas, a escala musical que solucionou de forma mais satisfatória todos os problemas das anteriores foi a escala igualmente temperada ou, simplesmente, escala temperada.

Ela possui como característica fundamental o fato da relação matemática entre as freqüências de notas de um mesmo intervalo ser sempre igual, ou seja, a proporção entre as freqüências de duas notas distantes uma da outra de um semitom é sempre a mesma, não importando quais duas notas sejam (ex: C e C# ou G e G#). O temperamento igual foi proposto em 1691, por **Andreas Werkmeister**, mas há registros de que a idéia tenha sido desenvolvida um pouco antes, em 1596, pelo príncipe chinês **Chu Tsai-yu**, que teria escrito um trabalho no qual calculara os comprimentos de cordas para um instrumento, onde seria usada uma escala em que a oitava era dividida em intervalos iguais, de mesmas proporções.

Na composição da escala temperada, a relação entre as freqüências das notas Dó e Sol (quinta), por exemplo, é igual a relação entre as freqüências da quinta formada por Ré # e Lá #, da mesma forma que a relação entre as freqüências de Dó e Fá (quarta) é igual à relação entre as freqüências de Fá # e Si. Por conseqüência, o intervalo entre duas notas consecutivas quaisquer da escala de doze sons (que é igual a um semitom) tem sempre a mesma relação matemática, que deve atender às seguintes premissas:

 $F2 = F1 \cdot r$

 $F3 = F2 \cdot r$

F4 = F3 . r ... etc

Onde **F1**, **F2**, **F3**, **F4**,... são as freqüências das notas consecutivas da escala de doze sons, e \mathbf{r} é o fator de proporção entre elas. Ao fim da escala teremos:

 $F13 = F12 \cdot r :: F12 = F11 \cdot r => F13 = F11 \cdot r \cdot r = F11 \cdot r2$ (r2 = r ao quadrado)

Como **F11** também é igual a **F10** . **r**, e assim sucessivamente, temos:

F13 = F1 . r12 (r12 = r elevado a 12)

Como **F13 = 2 . F1** (F13 está uma oitava acima de F1), temos então:

2.F1 = F1.r12 (r12 = r elevado a 12)

ou seja, r é igual à "raiz duodécima" de 2, que é igual a 1,059463

A partir dessa definição, podemos estabelecer todos valores das notas da escala temperada, conforme mostra a tabela 5 (nesta tabela, o índice numérico de cada nota representa a oitava).

Nota	Valor (Hz)
C3	
C#3	
D3	
D#3	
E3	
F3	
F#3	
G3	
G#3	
A3	
A#3	
B3	
C4	261,6256
277,1826	;
293,6648	3
311,1270)
329,6276	
349,2282	
369,9944	
391,9954	
415,3047	
440,0000	
466,1638	
493,8833	5
523,2511	_

Tabela 5 - Valores da escala temperada

Portanto, a evolução da formação da escala musical utilizada por nós, a escala temperada, trouxe diversos benefícios, como por exemplo a possibilidade de transposição perfeita para qualquer tom. Em contrapartida, é correto afirmar que as notas da escala temperada não permitem a criação de intervalos acusticamente perfeitos, pois um intervalo temperado de quinta (dó-sol, por exemplo) já não tem mais a relação 3:2, embora o erro seja irrelevante para a maioria dos ouvidos humanos, não chegando nem mesmo a proporcionar efeito de batimento. As aproximações feitas pelo temperamento igual, no entanto, certamente trouxeram muito mais benefícios do que o prejuízo que aquele erro possa causar, e por isso se mantém até os dias de hoje.

A440 e Centésimos

Os valores apresentados na tabela 5 seguem o padrão estabelecido em uma Conferência Internacional em Londres, em 1953, quando então estabeleceu-se que a altura padrão da nota Lá-3 (no piano, é o Lá central) possui freqüência igual a 440 Hz. Embora em termos musicais a oitava do Lá padrão seja a 3, a maioria dos engenheiros e técnicos, e também os equipamentos eletrônicos referem-se à essa nota como sendo o Lá-4.

O centésimo (ou "cent") é uma unidade para medir intervalos entre semitons. Pela sua definição, dividindo-se por cem o intervalo entre duas notas adjacentes (distantes um semitom), obtém-se um centésimo. Dessa forma, entre cada duas notas da escala temperada haverá sempre 100 centésimos. Muitos instrumentos eletrônicos dotados de recursos de afinação de escalas usam essa unidade como referência.

Escalas microtonais

Mesmo depois da escala igualmente temperada ter-se firmado como um padrão ocidental de afinação, muitas idéias continuaram a surgir. **Francesco Vallotti** e **Thomas Young**, por exemplo, idealizaram um procedimento para se criar uma escala a partir da escala pitagórica, onde as seis primeiras quintas seriam abaixadas 1/6 de coma pitagórica, de forma a possibilitar ao instrumento a execução de músicas em qualquer tonalidade. Há também civilizações que utilizam até hoje escalas completamente diferentes da ocidental

convencional, como a escala indiana, composta por 22 sons, todos baseados em intervalos acusticamente puros.

Mesmo a partir do século XX, após o estabelecimento sólido do igual-temperamento, continuou havendo muito interesse por alternativas diferentes, principalmente escalas com mais do que doze sons. Algumas dessas escalas também mantém uma mesma relação proporcional entre duas notas vizinhas, como acontece na escala temeprada convencional. Dentre elas poderíamos citar as escalas de 19, 24, 31 e 53 sons, sendo que todas elas, da mesma forma que a escala temperada convencional de 12 sons, sofrem da imperfeição dos intervalos, embora possibilitem transposição de tonalidade sem problemas. Outras escalas microtonais alternativas são baseadas nos intervalos acústicos perfeitos, como a escala de **Partch**, com 43 sons em intervalos puros, e as escalas propostas pela sintesista **Wendy Carlos**: *alfa* (17 sons), *beta* (20 sons) e *gama* (36 sons).

Bach e o temperamento igual

Johann Sebastian Bach, compositor do século XVIII que dispensa apresentações, escreveu uma série de 24 prelúdios e fugas, cobrindo as 24 tonalidades maiores e menores, chamada de O Cravo Bem-Temperado. Este certamente foi o primeiro trabalho que se tem registro que explora todas as tonalidades, apresentado logo após a proposta de Werkmeister. A maioria dos livros registra que J.S. Bach era um entusiasta do temperamento igual nas doze notas da escala musical. Entretanto, há controvérsias, levantadas por alguns estudiosos contemporâneos, como a já citada Wendy Carlos, que também é autora de trabalhos memoráveis como Switched-On-Bach e The Well-Tempered Synthesizer, e também por Scott Wilkinson, autor do livro Tuning In - Microtonality In Electronic Music. Este último argumenta em seu livro que "ao contrário do que a majoria das pessoas acredita, J.S.Bach escreveu o Cravo Bem-Temperado não para reforçar sua preferência pelo temperamento igual, mas sim com a intenção de ilustrar a coloração que há em cada tonalidade, devido às diferenças dos intervalos dos semitons temperados em relação a seus correspondentes nãotemperados". Entretanto, de acordo com uma análise efetuada em 1979 por John Barnes nas peças de O Cravo Bem-Temperado, Bach haveria usado mais constantemente alguns determinados intervalos, o que levou Barnes a concluir que o compositor, na realidade, usara uma variação da escala **Vallotti & Young**, com o F# também elevado em 1/6 de coma.

Afinação nos instrumentos eletrônicos

Evidentemente, a eletrônica e os microprocessadores trouxeram novos horizontes para aqueles que desejam experimentar afinações diferentes da tradicional escala temperada. Atualmente, a maioria dos sintetizadores oferece recursos de afinação alternativa, desde escalas pré-definidas, com intervalos fixos, até a possibilidade do músico criar sua própria gama de notas, ao seu bel-prazer.

No século passado, foram desenvolvidos alguns instrumentos acústicos que usavam afinações baseadas em escalas não-convencionais, como por exemplo o *Voice Harmonium*, criado por **Colin Brown**, que tinha extensão de cinco oitavas, mas usava mais de 40 notas em cada oitava.

Na era eletrônica, o *Scalatron* é apontado como o primeiro sintetizador microtonal a ser comercializado. Lançado pela **Motorola** em 1974, ele permitia o uso de escalas alternativas, e podia ser equipado com um teclado convencional ou especial. Dentre os dinossauros dos sintetizadores, os *Prophet-5* e *Prophet T-8*, da **Sequential Circuits**, já ofereciam recursos de afinação alternativa, ainda que para programá-los não fosse uma tarefa muito fácil. A primeira série do *DX-7* da **Yamaha** não possuía opções de escalas alternativas, mas a placa de expansão *E!*, desenvolvida pela **Grey Matter Response**, além de outras coisas, dava-lhe possibilidade de ter mais 16 escalas alternativas à temperada. Posteriormente, a **Yamaha** lançou diversos instrumentos com tais recursos: *FB-01*, *TX-81Z*, *DX-11*, *DX-7-II*, *TX-802*, e por fim a série *SY*. A **Kurzweil** também incorporou em diversos modelos (*K150FS*, *K1000*, etc) recursos de microafinação, o que também foi feito pela **Ensoniq** em seu sampler pioneiro *Mirage*, e depois no *EPS*. A **Roland**, a **Kawai** e a **E-mu Systems** também introduziram esses recursos em diversos de seus modelos.

Configurando via MIDI

Para quem pensa que toda essa conversa tem apenas uma conotação científica e histórica, vale a pena mencionar que a comunidade MIDI já estabeleceu alguns recursos para a reafinação automática de instrumentos, o que mostra que certamente há, no resto do mundo, um número significativo de pessoas usando - ou pelo menos tentando usar - alternativas de afinação em seus instrumentos, e que necessitam de um controle mais eficiente e preciso desse processo durante a execução musical.

Dessa forma, a **International MIDI Association** já definiu alguns comandos, dentro da categoria das mensagens *Sys-Ex*, que permitem manipular os recursos de afinação dos instrumentos. Por meio deles, pode-se afinar qualquer nota do instrumento, individualmente, na faixa de 8,66 até 13.290 Hz, com uma resolução de 0,0061 cents, inclusive em temporeal. Além disso, os comandos permitem mudar imediatamente de uma escala de afinação para outra.

Isso significa que se uma pessoa usar em suas músicas instrumentos com uma afinação não-convencional, esta afinação poderá ser "passada" instantaneamente pelo seqüenciador para outros instrumentos MIDI que forem usados posteriormente para executar aquelas músicas (evidentemente, se esses instrumentos implementarem tais recursos). Apenas a título informativo: esses comandos usam mensagens *Sys-Ex* com cabeçalho F0 7E <device> 08 ... para atuação em tempo-real, e F0 7F <device> 08 ... para atuação que não seja em tempo-real (abordaremos esse assunto com mais detalhes futuramente).

Tendências

Como pudemos ver no decorrer deste texto, a base da harmonia musical está calcada diretamente sobre as relações matemáticas entre as notas, embora muitos nunca tenham percebido. Infelizmente, a maioria dos estudos sobre métodos de afinação e escalas musicais foi desenvolvida por pessoas de áreas ligadas à física, e não propriamente à música, o que quer dizer que a colaboração dos músicos - aqueles que têm maior sensibilidade para o assunto em questão - tem sido muito tímida, o que revela, portanto, que a matéria deve ser mais divulgada, em todos os níveis.

Com os recursos de afinação alternativa, cada vez mais comuns nos instrumentos eletrônicos modernos, é de se esperar que as pessoas se envolvam mais com pesquisas sonoras baseadas em outras escalas que não a temperada convencional. Com a especificação de comandos MIDI possibilitando os instrumentos alterarem sua afinação em tempo-real, podese viabilizar a reafinação no meio de uma música, o que permitirá o uso de escalas como a justa, mesmo em composições transpostas ou com modulação.

O objetivo deste texto foi trazer à luz mais um conceito tecnológico fundamental da música, que, embora usado por todos, ainda é desconhecido ou obscuro para a maioria. As informações foram colhidas em diversos textos, sendo que os mais importantes estão listados a seguir.

Bibliografia:

- Carter Scholz, "The MIDI Tuning Standard (Keyboard Magazine", August 1992)
- Hermann Helmholtz, "On The Sensations of Tone" (Dover Publications, 1954)
- Igor Kipnis, "Bach's Well-Tempered Clavier" (Keyboard Magazine, March 1985)
- J. H. Jeans, "Science And Music" (1937)
- Jean-Jacques Matras, "O Som" (Livraria Martins Fontes, 1991)
- John Backus, "The Acoustical Foundations Of Music" (W.W. Norton & Co., 1968)
- Scott Wilkinson, "Tuning In Microtonality in Electronic Music" (Hal Leonard Books, 1989)